Aufgabe 1 Differenzieren Sie

(a) $f(x) = (1 - 3x^2)^4$

(b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 2}$

(c) $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x}}$

(d) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

(e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

Aufgabe 2 Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = 1 - 2x$

(b) $f(x) = \frac{1}{x}$

(c) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

Aufgabe 3 Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Hoch- und Tiefpunkte

(a) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

(b) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+1}$

(c) $f(x) = \sqrt{x^2+2}$

Aufgabe 4 Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Wendepunkte.

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

Aufgabe 5 Bilden Sie die Ableitungen von

(a) $\sin(x^2)$

(b) $\sin^2 x$

(c) $\sin[a \cos(bx)]$

Aufgabe 6 Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen:

(a) $x^2 e^{-x}$

(b) $e^{-ax^2} \quad (a > 0)$

(c) $\frac{1}{e^x + 1}$

Aufgabe 7 Bestimmen Sie Verlauf und eventuelle Extrema von

(a) $x \ln x$

(b) $\ln \frac{x}{(x+1)^2}$

Aufgabe 8

Die Umkehrfunktionen der Hyperbelfunktionen heißen $\operatorname{arsinh}x$, $\operatorname{arcosh}x$, $\operatorname{artanh}x$ und $\operatorname{arcoth}x$. Berechnen Sie die Ableitungen von $\operatorname{arsinh}x$ und $\operatorname{arcosh}x$ mit Hilfe der Ableitungsregel für Umkehrfunktionen.