Übungsblatt 9 — Brückenkurs WS 13/14

Aufgabe 1

Differenzieren Sie

(a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 6$,

(b) $f(x) = \sqrt{2x+3}$,

(c) $f(x) = \sin(\ln x)$,

(d) $f(x) = \cot(2x)$,

(e) $f(x) = \frac{1}{1+\tan x}$,

(f) $f(x) = e^{\sin(3x)}$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale

(a) $\int dx \frac{1}{5-2x}$,

(b) $\int dx \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ mit $|x| < a$,

(c) $\int dx (x^5 - 4x^3)$,

(d) $\int dx x^3 \ln x$,

(e) $\int dx x e^x \sin x$,

(f) $\int dx x e^{-x^2}$,

(g) $\int dx \sin(3x)$.

Aufgabe 3

Berechnen Sie folgende Integrale

(a) $\int_{-1}^{1} dx (x^3 - 4x)$,

(b) $\int_0^1 dx \sqrt{1-x^2}$,

(c) $\int_2^4 dx \frac{1}{x}$,

(d) $\int_{-2}^{-1} dx \frac{1}{x}$,

(e) $\int_{0}^{10} dx e^{-5x}$,

(f) $\int_{0}^{\pi/3} dx \sin x \cos(2x)$,

(g) $\int_{1}^{3} \frac{6+x}{x^2+7x+12}$,

(h) $\int_{0}^{1/2} dx \frac{1}{1+4x^2}$.

Aufgabe 4

Schreiben Sie folgende linearen Gleichungssysteme in der Form Matrix $\times$ Vektor $=$ Vektor und lösen Sie die linearen Gleichungssysteme durch Gaußsches Eliminationsverfahren

(a) $$\begin{aligned} 4x - 2y &= 1 \\ x + 2y &= 8 \end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 2 \\ 3x + 2y + z &= 0 \\ -x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

Betrachten Sie die Gerade, die durch die Funktion $y = 3x + 2$ gegeben wird.

(a) Geben Sie die Parameterdarstellung dieser Gerade.

(b) Bestimmen Sie die Normale $\mathbf{n}$ und geben Sie die Normalform dieser Gerade.

(c) Die Gerade schneidet die x-Achse in dem Punkt $x = -2/3$. Mit welchem Winkel?

(d) Berechnen Sie den (minimalen) Abstand vom Ursprung.

Aufgabe 6*

Stellen Sie sich vor, Sie haben bei einer Bank eine Summe X geliehen gegen festen Zins $p\%$ pro Jahr. Jedes Jahr zahlen Sie einen Betrag Y an die Bank. Dieser Betrag wird zuerst mit der Zinszahlung verrechnet. Was übrig bleibt, wird als Rückzahlung für die geliehene Summe verwendet. Dadurch verringert sich der Nennwert Ihres Schuldes.

(a) Erstellen Sie eine Formel, die Ihre Schuld $X(n)$ nach n Jahren in den Schuld $X(n-1)$ nach $n-1$ Jahren, Abzahlung Y, und Zinssatz p ausdrückt. Benützen Sie diese Formel dann, um die Zeitentwicklung des Schuldes fuer die Fälle $X(0) = X = 1000$ Euro, $p = 5\%$, mit $Y = 100$, $Y = 50$, und $Y = 10$ Euro zu bestimmen.

(b) Betrachten Sie nun den Grenzfall, dass die Zahlung nicht einmal pro Jahr, sondern m Mal pro Jahr stattfindet, mit $m \to \infty$. Die Abzahlung ist dann entsprechend Y/m, mit Zins p/m. In diesem Grenzfall wird Ihre Formal aus (a) eine Differentialgleichung. Lösen Sie diese Gleichung und vergleichen Sie Ihre Lösung mit den konkreten Beispielen, die Sie in (a) betrachten haben.