

3 Postulate der Quantenmechanik

Aufgabe 3.1: Wellenfunktion

Betrachten Sie ein "eindimensionales" Teilchen in einem Zustand $|\psi\rangle$, der von der Wellenfunktion

$$\psi(x) = \begin{cases} \langle x|\psi\rangle = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right) & \text{für } 0 < x < L, \\ 0 & \text{für } x \leq 0 \text{ oder } x \geq L, \end{cases}$$

beschrieben wird. Hier ist $n > 0$ ganzzahlig und L reell.

- (a) Zeigen Sie, dass der Zustand $|\psi\rangle$ normiert ist.
- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $P(x)dx$, dass eine Ortsmessung ein Ergebnis im Intervall $[x, x + dx]$ hat.
- (c) Berechnen Sie den Erwartungswert \bar{x} , sowohl aus der Wahrscheinlichkeitsdichte $P(x)$, als auch direkt, mit Hilfe der Formel

$$\bar{x} = \langle \psi | \hat{x} | \psi \rangle.$$

- (d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $P(p)dp$, dass eine Impulsmessung ein Ergebnis im Intervall $[p, p + dp]$ hat. Berechnen Sie auch den Erwartungswert \bar{p} .
- (e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $P(K)dK$, dass eine Messung der kinetischen Energie K ein Ergebnis im Intervall $[K, K + dK]$ hat. Berechnen Sie auch den Erwartungswert \bar{K} .