

6 Quantenmechanik in drei Dimensionen

Aufgabe 6.1: Periodische Randbedingungen

- (a) Betrachten Sie ein dreidimensionales freies Teilchen in einem Volumen L^3 mit periodischen Randbedingungen. Erklären Sie, dass die drei Komponenten des Impulses p_x , p_y und p_z , und die Energie H kommensurabel sind.
- (b) Geben Sie die Impuls-Eigenzustände $\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle$ an. Welche Impulswerte sind erlaubt? Was sind die zugehörigen Energie-Eigenwerte?
- (c) Die “Zustandsdichte” $\Omega(E)dE$ ist definiert als die Zahl der Energie-Eigenwerte E in dem Intervall $[E, E + dE]$. Für grosse L ist die Zustandsdichte $\Omega(E)$ proportional zum Volumen L^3 . Berechnen Sie $\Omega(E)/L^3$ im Limes $L \rightarrow \infty$.
- (d) Betrachten Sie nun ein dreidimensionales Teilchen in einem “Kasten” $0 < x, y, z < L$ mit Randbedingungen $\psi(\mathbf{r}) = 0$ auf der Kastenoberfläche. Geben Sie die Energie-Eigenwerte und die zugehörigen Energie-Eigenfunktionen an. Berechnen Sie auch die Zustandsdichte $\Omega(E)/L^3$ im Limes $L \rightarrow \infty$.